

## Soluciones ejercicios tema 5

### a) Ejercicios de autoevaluación

1. En el modelo Shapiro-Stiglitz del salario de eficiencia...
  - a. es básico incrementar el salario del empleado de forma residual
  - b. la amenaza de perder el trabajo ante incumplimientos tiene que ser baja
  - c. son importantes los controles aleatorios que detecten incumplimientos de contratos
  - d. el salario de eficiencia no depende del salario a obtener en alternativas laborales posibles
  
2. En el problema principal-agente de contratación de un empleado, cuando el esfuerzo no es observable...
  - a. el esfuerzo óptimo del empleado depende del salario fijo
  - b. el esfuerzo óptimo depende de los sucesos aleatorios exógenos
  - c. el esfuerzo óptimo depende del parámetro que proporciona incentivos a realizar ese esfuerzo
  - d. Ninguna de las anteriores
  
3. En presencia del efecto trinquete o *ratchet effect*...
  - a. aumentar el grado de exigencia tras un buen desempeño de los trabajadores resulta muy positivo para la empresa.
  - b. fijar estándares de trabajo elevados provoca un aumento de la motivación del empleado poco productivo
  - c. fijar un estándar de trabajo para todos igual al desempeño del conjunto resulta beneficioso para la empresa
  - d. ninguna de las anteriores es cierta
  
4. En el problema principal-agente de las políticas de remuneración salarial, la restricción de incentivos nos dice que...
  - a. al individuo le tiene que compensar trabajar para el principal según su coste de oportunidad
  - b. la utilidad de cumplir el contrato designado por el principal tiene que ser menor o igual que la utilidad derivada de realizar un esfuerzo distinto
  - c. el individuo tiene más utilidad esperada trabajando para el principal que respecto a trabajar para otro empleador
  - d. la utilidad esperada de cumplir el contrato debe ser al menos igual a la utilidad asociada a realizar un esfuerzo distinto del exigido por el empleador
  
5. En la promoción como incentivo...
  - a. los “rangos abiertos” dificultan la cooperación entre compañeros
  - b. en los “rangos cerrados” se producen influencias externas que afectan a la elección
  - c. los “rangos abiertos” requieren continua medición de la actividad del trabajador
  - d. los “rangos cerrados” en su ascenso no implican cambios en sus tareas realizadas
  
6. Según el principio de intensidad de los incentivos...
  - a. Los incentivos deberían ser mayores cuanto más moderada sea la precisión con que se evalúen las actividades deseadas

- b. Los incentivos deberían ser mayores cuando la tolerancia al riesgo del agente sea menor
  - c. Los incentivos deberían ser mayores cuanto menor sea la respuesta del agente a los incentivos
  - d. Los incentivos deberían ser mayores cuanto mayor es el valor al que se puede vender el producto por unidad de esfuerzo
7. Una solución al problema del riesgo moral en las relaciones laborales consiste en:
- a. Un contrato laboral en el que la remuneración se basa en un salario fijo
  - b. Un contrato laboral en el que la remuneración se basa en el salario de eficiencia, la cual cosa permite que el empresario no tenga que gastar en supervisión
  - c. Un contrato laboral en el que la remuneración se basa en un contrato de incentivos, donde el salario tiene una parte variable que depende del resultado de la empresa
  - d. Ninguna de las anteriores
8. El problema de agencia:
- a. Aparece por divergencias de intereses entre el principal y los propietarios
  - b. Aparece como resultado de distintas propensiones al riesgo
  - c. Aparece por divergencias de intereses entre los interesados
  - d. Aparece como consecuencia de la aplicación de la teorías de gestión

### **b) Material para la reflexión**

1) Una queja común entre los estudiantes universitarios es que los profesores parecen inaccesibles y poco interesados por la enseñanza. ¿Cómo contribuyen al problema de los sistemas vigentes de compensación, promoción y obtención y conservación de las cátedras (máximo grado posible profesional a alcanzar por un profesor-investigador)? ¿Por qué las universidades suelen tener reglas que restringen las actividades de consultoría externa?

Las oportunidades para que un profesor no titular (no fijo o contratación menos estable) pase a ser titular dependen principalmente de sus logros científicos y publicaciones, más que en cómo enseñan a sus estudiantes. De este modo, las promociones basadas en este sistema tienden a enfatizar la actividad investigadora del profesor en lugar de lograr una enseñanza de excelencia.

Una de las razones por las que la evaluación de la docencia no se contempla mucho en la promoción del profesorado es que **los resultados de cómo se enseña son difíciles de obtener u observar**. Esto se debe a que los estudiantes valoran más el grado de “entrenamiento” del profesor en clase hacia el alumnado, la dificultad de la asignatura y cómo de relevante parece el material, obviando si el material impartido está actualizado, es realmente útil y si permite el razonamiento crítico y actividad reflexiva que demanda la sociedad actual.

Además, las oportunidades laborales del profesorado en otros centros universitarios que les podrían contratar dependen básicamente de su investigación, y menos de cómo imparten las clases, señalando que el objetivo principal debe ser la investigación.

Por otro lado, lo que muchas universidades hacen es **limitar el tiempo dedicado a la investigación en empresa privada** como consultores a los profesores fijos, si bien también resulta una medida difícil de cumplir por la dificultad de control de dichas actividades.

2) A finales de los años sesenta y principios de los setenta del siglo XX, cuando McDonald's estaba experimentando un período de rápida expansión de las ventas, consideró diversos sistemas de compensación para sus gerentes. La compañía quería incitar a sus responsables a aumentar las ventas, controlar los costes y mantener los estándares de calidad, servicio y limpieza. También quería que los gerentes de los establecimientos contrataran y formaran gente que pudiera llegar a convertirse en gerentes de las nuevas sucursales que se estaban instalando a un ritmo bastante acelerado. ¿Qué dificultades esperaría que esta situación impusiera a los gerentes de McDonald's? ¿Qué esperaría que ocurriese si la compensación del gerente de la sucursal estuviera fundamentalmente basada en el crecimiento de las ventas? ¿Y si lo estuviera en función de los beneficios de la sucursal? ¿Qué tipo de plan de compensaciones debería adoptar McDonald's? ¿Cómo esperaría que cambiase la fórmula de compensación en la siguiente fase de expansión, en la que se abrieron pocos nuevos locales en los Estados Unidos? (Nota: Problema enunciado en el tema anterior y resuelto en este tema. El ejercicio está relacionado con ambos temas, 4 y 5).

Este ejercicio hace referencia a los restaurantes poseídos por la empresa, ¡no a los franquiciados! Cuando hay que elaborar un plan de compensación hay que establecer cuáles son los objetivos que se persiguen y cuáles son los comportamientos que se quieren motivar.

En el caso de los restaurantes propiedad de McDonalds, los gerentes tienen asignadas tareas muy diferentes. Por tanto, si el bonus se basa en las ventas o en las **medidas de calidad del producto ofrecido**, podría ser que se descuidase el control de costes y el entrenamiento de nuevos gerentes. Una posible solución sería que la formación de nuevos gerentes no sea función de los gerentes de las tiendas sino de las oficinas regionales, para lo cual se establecería también la remuneración adecuada. Esta solución es también adecuada para la siguiente etapa cuando el número de nuevas tiendas se reduce.

Otro problema de los planes de compensación es determinar que es un buen resultado para la empresa: aumento de beneficio, aumento de cuota de mercado, crecimiento de ventas... Establecer el umbral correcto puede ser complicado. Podría aparecer el **efecto trinquete** o "ratchet effect" el incremento de este año, exigirá mayor aumento en ejercicios futuros, lo que puede dificultar la obtención de mejoras salariales en el futuro. Si las ventas están asociadas al buen servicio, el "ratchet effect" puede ser menos importante, puesto que los clientes volverán y atraerán a más por el servicio recibido.

3) A diferencia de las tiendas especializadas, los grandes almacenes venden una amplia variedad de productos a un grupo de clientes y suelen estar especialmente interesados en mantener su reputación de buen servicio al cliente. ¿Cómo afectaría esta consideración a la compensación del personal de los grandes almacenes en comparación con los vendedores de los locales especializados?

Este ejemplo está directamente relacionado con el **principio de igualdad de compensaciones**. En este caso partimos de que la hipótesis que nos indican en el enunciado es cierta: que los agentes de ventas de tiendas especializadas basan su trabajo en vender el "producto" de la tienda, y que los vendedores de grandes almacenes generalistas que tienen más departamentos con más productos tiene un gran componente de atención al cliente (por ejemplo pensando en las ventas de otros productos de otras unidades de negocio que podría recomendar al potencial comprador aunque sean más complejas de vender). En este caso, si un departamento concreto (o marca) paga una gran comisión por ventas y no vigila cómo presta el servicio, éste último será obviado por el vendedor. Las alternativas son disminuir la comisión (o usar salarios por hora) o medir la satisfacción del comprador y usarla para ajustar salarios cuando haya que retribuirles. En definitiva, los salarios fijos por hora trabajada son más probables para agentes de ventas que gestionan productos de

distintos departamentos para que exista un principio de igualdad de compensaciones y no desatienda otros departamentos.

4) En 1989 la cadena de televisión norteamericana NBC anunció una nueva forma de compensación para las estaciones de televisión locales afiliadas a la cadena. Estas estaciones de propiedad independiente ofrecen programas de la NBC durante las horas punta, de las 20h a las 23 h. La NBC obtiene sus ingresos al vender espacios de publicidad a los anunciantes nacionales, cuyos anuncios aparecen durante los programas de la cadena. El precio de los espacios de publicidad cobrados por la NBC dependen de la audiencia que su programación atraiga. El número de televidentes que miran un canal determinado (y así, los programas de la cadena) en las horas punta depende en parte de la audiencia atraída por los programas del canal local emitidos antes de la hora punta. Los televidentes tiende a permanecer mirando el mismo canal toda la tarde y la noche. La innovación de la NBC fue comenzar a pagar a sus afiliadas en parte según la audiencia que atrajeran con su programación de las primeras horas de la tarde, tales como las noticias locales, en vez de contabilizar solamente el número de espectadores que miraran los programas de la cadena en horas punta. Analice este plan en los términos de los principios desarrollados en este capítulo tema.

De este modo, la única acción que las televisiones locales pueden tomar para tener más audiencia visionando la parte de la NBC es tener una buena programación local (especialmente programas de noticias locales). Algunos televidentes, sin embargo, cambiarán a otro canal o se unirán a la NBC independientemente de la programación local. De este modo, el número de personas viendo la NBC no es tan buen indicador de cómo la tele local se comporta o actúa, en comparación con el número de personas que ven programación local. Según el **principio de información**, si se basa el pago o compensación de las teles locales en el número de televidentes que ven sus programaciones locales es una mejor forma de incentivar que utilizando el número de personas que ven directamente los shows de la NBC. Dado que la precisión con la que los esfuerzos realizados por cadenas locales aumenta, la tele local también aumenta la intensidad de sus incentivos. La NBC es consciente de que las personas que visionan sus programas tendrán una demanda más rígida de sus shows, de modo que prefieren poder retener a gente nueva que engancha por las noticias locales previas.

5) Respecto al “principio de información” estudiado en la parte teórica, considérese su aplicación en los pagos compartidos por seguros. En el seguro de automóviles, la cobertura de accidentes paga al propietario de un automóvil los daños sufridos por éste como resultado de una colisión; la cobertura a todo riesgo incluye el pago de los daños debidos a otras causas, como la caída de un árbol o una tormenta, así como el robo de un vehículo. Ambos tipos de póliza suelen especificar una franquicia, que es una fracción de las pérdidas que debe pagar el asegurado con prioridad a cualquier pago de la entidad aseguradora.

Supóngase que el propietario de un coche puede reducir la probabilidad de robo o accidente, conduciendo con precaución, dejando el coche en aparcamientos, cerrando con llave las puertas, etc. Éste es el tipo de esfuerzo que la compañía de seguros desearía conseguir. Sin embargo, en el caso de accidente o hurto, el propietario no tiene ningún control sobre el alcance de las pérdidas y, por tanto, la dimensión de éstas no provee información alguna sobre el cuidado puesto por aquél. ¿Cómo debería ser, en consecuencia y de acuerdo al principio de información, la contribución del propietario al pago del seguro?

En consecuencia, de acuerdo con el **principio de información**, la contribución del propietario no debería depender del alcance de las pérdidas, sino sólo del indicador de la actuación que provee más información, que es el hecho mismo de la ocurrencia de una pérdida. Así, en un contrato de

seguro óptimo, la contribución del propietario no dependería de la dimensión de la pérdida, sino que sería una suma fija por accidente; las cláusulas habituales en el seguro de coches están muy próximas a esta condición.

Es útil contrastar la práctica habitual en el seguro de automóviles con las de los ramos de salud y de asistencia sanitaria, en los que es común exigir que el asegurado comparta el pago de cualquier servicio que utilice. Las decisiones del asegurado sobre la utilización de los servicios, tales como cuándo consultar a un médico o acudir a una sala de urgencias o esperar una visita médica regular, tienen influencia sobre el coste total incurrido. Por tanto, este coste provee información sobre la eficacia con el que el agente – en este caso, el asegurado- ha conservado los recursos escasos del sistema de previsión. Como predice la teoría, los pagos realizados por el consumidor de seguros relativos a la atención médica son directamente proporcionales a los costes incurridos por el asegurador. Estas soluciones se ponen de manifiesto en la lectura recomendada en Moodle sobre una noticia de los seguros sanitarios aparecida hace poco en prensa económica nacional.

6) El principio de igualdad de las compensaciones puede ser ampliado al reciente debate público sobre la conveniencia de proveer incentivos monetarios a los profesores para mejorar la enseñanza. Los defensores de los incentivos monetarios argumentan que tales serían útiles para centrar a los profesores en sus tareas y motivarlos a la innovación y la búsqueda de modos efectivos de formar a sus alumnos. ¿Qué ocurriría si se remunerase al profesorado exclusivamente por los resultados académicos de sus alumnos? ¿Cómo deberían compensarse sus esfuerzos en múltiples actividades de formación (no sólo resultados sino también habilidades difícilmente evaluables como habilidades sociales, empatía, comunicación, etc.) entonces?

Los que se oponen a tales incentivos tienen una respuesta convincente. Las medidas que se han utilizado en el pasado para evaluar el desempeño, especialmente en maestros de primaria, son los exámenes de los alumnos sobre conocimientos y habilidades básicas, cuya enseñanza es parte del trabajo de los maestros. Se espera también que los niños desarrollen habilidades sociales, la expresión oral y el pensamiento creativo, así como la confianza en sí mismos que los prepare para los retos más duros a los que se enfrentarán en el futuro. Los maestros que fueran compensados según las pruebas sobre la preparación básica solamente tendrían la tentación de abandonar estos otros aspectos del trabajo. Podrían también ser llevados a enseñar a los alumnos más dóciles, cuyos resultados en los exámenes son más fáciles de mejorar, desatendiendo a los alumnos con más problemas de aprendizaje. En un caso en el estado de Carolina del Sur, a finales de los 80, un profesor fue descubierto divulgando las respuestas de un examen con una copia de las mismas obtenida ilegalmente. Remunerar a los profesores sobre la base de los resultados de los exámenes motiva a éstos a ayudar a sus alumnos a aprobarlos más que a ayudarles a aprender. Esta problemática no es observada por el alumnado que buscar superar sin dificultades distintas pruebas, debido sobre todo a una visión a corto plazo de la formación adquirida.

Según el **principio de igualdad de las compensaciones**, si es deseable hacer que los profesores dediquen algún esfuerzo a cada una de las múltiples actividades y es imposible distinguir el esfuerzo dedicado a cada una de ellas, entonces, todos estos esfuerzos deberían compensarse por igual. Si el desarrollo social, la expresión oral o el pensamiento creativo no pueden ser evaluados con precisión, las únicas opciones realistas son: o bien la eliminación de la responsabilidad de los profesores de enseñar estas habilidades, o bien pagarles un salario fijo, sin ningún tipo de incentivo explícito.

7) En los distintos centros educativos suelen existir asignaturas relacionadas con la actividad física del estudiante. En estas asignaturas, evaluables y puntuables en el currículo académico, existen casos de personas que por diversas circunstancias (p.e. lesiones, enfermedades, etc.) no pueden ser

evaluadas realizando las actividades habituales. Por otra parte, también podría ocurrir que tras haberse matriculado en el curso académico, entendiendo que el contrato entre la institución educativa (principal) y el alumno (agente) ya ha sido “suscrito” con dicha matrícula, el problema de riesgo moral apareciese: se excediesen en los riesgos asumidos en las prácticas del deporte para obtener mejores resultados (p.e. no calentar debidamente, sobre esfuerzo a costa de la salud, etc.), así como la existencia de simulación de lesiones difícilmente verificables (p.e. mareos, dolores nerviosos, etc.). En estos casos, controlables por el agente, el alumnado podría estar sustituyendo ese esfuerzo físico en utilizarlo para otros fines ociosos o académicos invirtiendo dicho tiempo en más horas de descanso o estudio, esperando ser evaluado de una forma alternativa y con un esfuerzo menos gravoso para el individuo. En la práctica, ¿cómo podría resolver el problema de principal-agente? ¿Qué medida se utilizaba en su centro educativo previo al comienzo de sus estudios superiores? ¿Qué medidas se utilizan en la Academia General Militar de Zaragoza cuando un futuro oficial del Ejército Español se encuentra rebajado? Razone su respuesta.

En muchos centros educativos, el alumnado tiene que atender las clases de educación física de forma presencial aunque no realice los ejercicios. De este modo, se evita que el alumno tenga un comportamiento oportunista evitando hacer ese esfuerzo y empleando ese tiempo en otras actividades. Además, en otros centros también se manda realizar un trabajo escrito y teórico de dicha actividad, limitando además su nota máxima a alcanzar, que nunca sería tan alta como si hiciese realmente las pruebas físicas. De este modo, el alumno que pudiese fingir alguna lesión, ve transferido un coste que en el caso de engañar no estaría dispuesto a asumir y por tanto lo desincentiva, mientras que si está forzado a ello (por un problema real) no le quedará otra alternativa que asumir. Por otra parte, se traslada parte del riesgo y responsabilidad de no realizar convenientemente y con atención los ejercicios al alumno, que si se excede en esfuerzos mal enfocados o ejercicios mal ejecutados por falta de atención hacia el docente, limitan su nota a un máximo que como se ha mencionado es menor que si no estuviese lesionado.

En la AGM se suele hacer de forma similar, de modo que la persona lesionada acompaña (siempre que pueda) a las personas que realizan el ejercicio físico. Esta medida permite al alumno no sólo ser partícipe de actividades que podría tener que superar posteriormente, sino además evitar el posible comportamiento oportunista.

8) En ocasiones, los soldados contratados en distintos conflictos podrían desertar cuando fuese excesivo el nivel de riesgo que se habrían comprometido a realizar en un principio. Este problema de riesgo moral, concretamente de principal-agente tiene distintos mecanismos de resolución en nuestra etapa histórica actual mediante el juicio por tribunales militares por traición, por ejemplo. Sin embargo, antiguamente la inexistencia o falta de eficacia de estos tribunales para hacer cumplir las penas, exigía otras soluciones. ¿Se le ocurre algún ejemplo de cómo se evitaba la desertación en campos de batalla antiguamente cuando el principal ordenaba defender o atacar posiciones concretas?

El compromiso y cumplimiento de lo pactado por parte de los agentes depende en muchas ocasiones de la credibilidad y reputación que tiene el principal. Así, en 1066 Guillermo el Conquistador quemó sus naves tras el desembarco de su ejército invasor, cortando el único medio de retirada y comprometiendo a sus hombres en el combate; siglos después, Cortés repitió la estratagema en su invasión de México. De este modo, la reputación que el principal tiene de que cumplirá una “amenaza” resulta creíble para los agentes, que cumplirán con lo prometido en mayor medida.

### **c) Ejercicios matemáticos**



**Ejercicio 1.** La empresa Inteligencia Táctica Almogávar considera la contratación de un analista que realice informes destinados a la toma de decisiones por parte de la Alta Dirección. Es conocido que el candidato tiene una función de utilidad que depende positivamente del salario ganado y negativamente del esfuerzo que debe realizar:  $U(w, e) = w - 1.5 * e^2$ . El director de recursos humanos encargado de su contratación sabe con probabilidad 1 la relación existente entre el esfuerzo del candidato y el ingreso que generaría su actividad  $I = 300 * e - 100$ . Asimismo el director de recursos humanos conoce que el candidato asume un coste de oportunidad al trabajar en Inteligencia Táctica Almogávar igual a 50. Calcula el esfuerzo óptimo y salario ofrecido al candidato por parte de la empresa Inteligencia Táctica Almogávar, así como su beneficio.

Solución:  $e=100$ ,  $w=15050$ ,  $b=14850$ .

**Resolución:** Dado que el esfuerzo es observable (no existe incertidumbre en la relación entre Ingreso y esfuerzo) estamos ante un ejemplo de principal-agente donde es posible diseñar un contrato en el que se indique el esfuerzo y un salario fijo. Para ello simplemente hay que ver para un esfuerzo determinado qué salario fijaría el director de recursos humanos: el salario fijado debe cumplir que la utilidad del empleado para un esfuerzo determinado sea al menos igual que su coste de oportunidad. Es decir

$U(w, e) = w - 1.5 * e^2 \geq 50$ . De donde se obtiene que la restricción de participación se cumple siempre que  $w = 50 + 1.5 * e^2$ .

El director de recursos humanos incorpora esta restricción en su función objetivo y maximiza  $I - w = 300 * e - 100 - 50 - 1.5 * e^2$ , siendo su variable de decisión  $e$ . De esta forma, la condición de primer orden lleva  $300 - 3 * e = 0$ , y  $e = 100$ . Asimismo  $w = 50 + 100 * 100 * 1.5 = 15.050$  y el beneficio de la empresa =  $300 * 100 - 100 - 15050 = 14850$ . El empresario elige el esfuerzo de forma que el ingreso marginal del esfuerzo requerido se iguale al coste marginal del mismo.

**Ejercicio 2.** La empresa Inteligencia Táctica Almogávar considera la contratación de un director de estrategia que planifique la puesta en marcha de un proyecto de investigación militar. Es conocido que el candidato tiene una función de utilidad que depende positivamente del salario ganado y negativamente del esfuerzo que debe realizar:  $U(w, e) = w - 1.5 * e^2$ . El director de recursos humanos encargado de su contratación no es capaz de observar el trabajo del candidato dada la complejidad del mismo. Sin embargo, sabe que existe una relación entre el esfuerzo del candidato y el ingreso que generaría su actividad  $I = 300 * e + \mu$ , donde  $\mu$  es un elemento aleatorio de esperanza 0 y varianza finita. Asimismo el director de recursos humanos conoce que el candidato asume un coste de oportunidad al trabajar

en Inteligencia Táctica Almogávar igual a 50. El sistema de compensación que propone el director de recursos humanos es  $w = 1000 + \beta * I$ , con  $0 < \beta < 1$ .

- a) Determina el esfuerzo elegido por el candidato para diferentes valores de  $\beta = 0.2, 0.5, 0.7$  y 1. Determinar el salario esperado en cada situación.

Solución=  $e = 20, 50, 70$  y  $100$ ,  $w = 2.200, 8.500, 15.700$  y  $31.000$ .

- b) Determinar el nivel óptimo de  $\beta$  elegido por el director de recursos humanos.

Solución  $\beta = 0.5$ .

### Resolución:

- a. En este caso el esfuerzo es no observable de ahí que el sistema de compensación dependa del ingreso observado que está correlacionado con dicho esfuerzo. Para un salario fijo igual a 1.000 debemos mostrar cuál es la elección óptima del empleado para diferentes valores de  $0 < \beta < 1$ .

Podemos plantear que el empleado buscará maximizar su utilidad esperada de forma que  $EU(w, e) = 1000 + \beta * I - 1.5 * e^2 = 1000 + \beta * 300 * e - 1.5 * e^2$ . El empleado elegirá para un contrato por incentivos determinado el esfuerzo que iguala el beneficio marginal de su esfuerzo al coste marginal del mismo.

De esta forma  $e = 100 * \beta$  y sustituimos los valores de  $\beta$  en  $e$  y posteriormente calculamos el salario esperado del manager  $Ew = 1000 + \beta(300 * e) = 1000 + \beta(300 * 100 * \beta)$  obteniendo la solución.

- b. El director de recursos humanos determina para el salario fijo 1000 y dada la respuesta óptima del empleado, el valor de  $\beta$  que maximiza el beneficio esperado  $= 300 * e - 1000 - 300 * e * \beta$ . Sustituyendo  $e = 100 * \beta$  en dicha función objetivo obtenemos que el beneficio esperado es igual a  $300 * 100 * \beta - 1000 - 300 * 100 * \beta * \beta$ . A partir de la condición de primer orden el valor de  $\beta = 0,5$ . El beneficio esperado es igual a 6500.

**Ejercicio 3.** Una empresa fabricante de helados decide abrir una tienda en la playa y contrata a una vendedora. La tienda está lejos de la fábrica, por lo que será difícil supervisar con exactitud el comportamiento de la vendedora. Las ventas, expresadas en términos monetarios, dependen del interés con que la vendedora desarrolla su trabajo (puntualidad en abrir el establecimiento, la limpieza de la tienda, amabilidad con la que trate a sus clientes, etc.). Este conjunto de variables que describen su comportamiento los resumiremos con el término *esfuerzo* (representado por  $e$ ). Pero sobre las ventas también influyen una serie de circunstancias ajenas a la voluntad de la vendedora, como la climatología, la presencia o no de competidores y los precios que pongan, la afluencia de turistas, que puede depender del tipo de cambio de las divisas, etc. Todas estas circunstancias las resumimos en una variable aleatoria  $\varepsilon$ . Para



simplificar, suponemos que las ventas pueden ser altas o bajas, es decir, de 100 o 169 unidades monetarias. La siguiente tabla resume la probabilidad de tener ventas altas o bajas según el nivel de esfuerzo de la vendedora:

	Ventas=169	Ventas=100
Esfuerzo bajo (e=1)	0.1	0.9
Esfuerzo alto (e=2)	0.9	0.1

La función de utilidad de la vendedora es  $u(w,e) = \sqrt{w} - e$  y el salario de reserva es igual a 1. El beneficio de la empresa fabricante de helados es:  $B = \text{ventas} - w - c_s$  donde  $w$  es el salario pagado a la vendedora y  $c_s$  es el coste de supervisión.

- Si  $c_s = 0$ , ¿Cuál será el contrato ofrecido a la vendedora?
- Si  $c_s = \infty$ , ¿Cuál será el contrato ofrecido a la vendedora?

b.1. Suponga que la función de utilidad de la vendedora es  $u(w,e) = \frac{1}{2}\sqrt{w} - e$ . ¿Cómo

cambia la respuesta al apartado 2?

b.2. Suponga que el coste del esfuerzo alto es  $e=3$ . ¿Cómo cambia la respuesta al apartado 2?

b.3. Suponga que la probabilidad de obtener ventas altas (169) es de 0.8 cuando  $e=2$  y de 0.2 cuando  $e=1$ . ¿Cómo cambia la respuesta al apartado 2?

c. La empresa se propone contratar a un supervisor para controlar a la vendedora. Suponga que el supervisor puede detectar **todos** los comportamientos inadecuados de la vendedora (probabilidad que el supervisor detecte incumplimiento=1). ¿Cuál es el contrato ofrecido a la vendedora? ¿Cuál es el máximo coste de supervisión que estaría dispuesto a soportar la empresa?

d. La empresa se propone contratar a un supervisor para controlar a la vendedora. Suponga que la probabilidad de detectar incumplimiento es una función creciente del coste de supervisión:  $p(c_s)$ , es decir, cuanto más recursos se destinan a supervisión más probable es detectar un comportamiento inadecuado por parte de la vendedora. ¿Cuál es el contrato ofrecido a la vendedora? (determine el salario de eficiencia en función de la probabilidad de detectar el incumplimiento). ¿Cuáles son los beneficios de la empresa?

d.1. La empresa tiene tres alternativas de supervisión. La siguiente tabla especifica el coste de cada una de ellas ( $c_s$ ) y la probabilidad de detectar incumplimientos de cada alternativa  $p(c_s)$ . Para cada alternativa, calcule el salario de eficiencia y discuta para cada caso si a la empresa le conviene más ofrecer un contrato de incentivos o un salario de eficiencia. ¿Cuál de las tres alternativas maximiza los beneficios de la empresa? ¿Cuál es la utilidad de la vendedora?

	Coste: $c_s$	Probabilidad de detectar incumplimientos: $p(c_s)$
Alternativa 1	1	0.30
Alternativa 2	3	0.75
Alternativa 3	20	0.90

**Resolución**

a. Si  $c_s = 0$ , el empresario puede observar el esfuerzo sin coste.

Para que  $e=1$ :  $\sqrt{w} - 1 \geq 1 \rightarrow w \geq 4$ , y  $E(B)=0.1*169+0.9*100-4=102.9$

Para que  $e=2$ :  $\sqrt{w} - 2 \geq 1 \rightarrow w \geq 9$  y  $E(B)=0.9*169+0.1*100-9=153.1$

Por tanto, el empresario prefiere que el esfuerzo sea elevado y le pagará un salario fijo de 9 a la vendedora.

b. Si  $c_s = \infty$ , el empresario no puede observar el esfuerzo. Por tanto, se propone darle un contrato de incentivos para conseguir que realice  $e=2$ , es decir, el salario será una proporción  $\alpha$  de las ventas.

Se tienen que cumplir las siguientes condiciones:

(a)  $0.1(\sqrt{100\alpha} - 2) + 0.9(\sqrt{169\alpha} - 2) \geq 0.9(\sqrt{100\alpha} - 1) + 0.1(\sqrt{169\alpha} - 1)$  [COND. DE INCENTIVOS]  $\rightarrow \alpha \geq 0.17$

(b)  $0.1(\sqrt{100\alpha} - 2) + 0.9(\sqrt{169\alpha} - 2) \geq 1$  [COND. DE PARTICIPACIÓN]  $\rightarrow \alpha \geq 0.0558$

(c)  $(1-\alpha)(0.9*169 + 0.1*100) \geq 102.9$  [EL RESULTADO PARA EL EMPRESARIO DEBE SER MEJOR QUE NO INCENTIVARLO]  $\rightarrow \alpha \leq 0.36$

El contrato ofrece a la vendedora un salario igual al 17% de las ventas.

- Salario cuando las ventas son 100 =  $100 * 0.173 = 17.3$

- Salario cuando las ventas son 169 =  $169 * 0.173 = 29.3$

Los beneficios esperados del empresario:  $E(B)=0.83*162.1=129.68$

b.1. Si  $u(w,e) = \frac{1}{2}\sqrt{w} - e$

(a)  $0.1(0.5*\sqrt{100\alpha} - 2) + 0.9(0.5*\sqrt{169\alpha} - 2) \geq 0.9(0.5*\sqrt{100\alpha} - 1) + 0.1(0.5*\sqrt{169\alpha} - 1) \rightarrow \alpha \geq 0.694$

(b)  $0.1(0.5*\sqrt{100\alpha} - 2) + 0.9(0.5*\sqrt{169\alpha} - 2) \geq 1 \rightarrow \alpha \geq 0.22$

(c)  $(1-\alpha)(0.9*169 + 0.1*100) \geq 90.9 \rightarrow \alpha \leq 0.439$

[Porque  $e=1$ :  $0.5*\sqrt{w} - 1 \geq 1 \rightarrow w \geq 16$ , i  $E(B)=0.1*169+0.9*100-16=90.9$ ]

Por tanto, no existe ningún contrato de incentivos en el que la vendedora y el empresario se pondrían de acuerdo. El contrato ofrecido a la vendedora es un salario fijo de 4.

b.2. Si el coste del esfuerzo alto es  $e=3$

$$(a) 0.1(\sqrt{100\alpha} - 3) + 0.9(\sqrt{169\alpha} - 3) \geq 0.9(\sqrt{100\alpha} - 1) + 0.1(\sqrt{169\alpha} - 1) \rightarrow \alpha \geq 0.69$$

$$(b) 0.1(\sqrt{100\alpha} - 3) + 0.9(\sqrt{169\alpha} - 3) \geq 1 \rightarrow \alpha \geq 0.099$$

$$(c) (1-\alpha)(0.9 \cdot 169 + 0.1 \cdot 100) \geq 102.9 \rightarrow \alpha \leq 0.36$$

Por tanto, no hay ningún contrato de incentivos en el que la vendedora y el empresario se pondrían de acuerdo. El contrato ofrecido a la vendedora es un salario fijo de 4.

b.3. La probabilidad de obtener ventas altas (169) es de 0.8 cuando  $e=2$  y de 0.2 cuando  $e=1$

$$(a) 0.2(\sqrt{100\alpha} - 2) + 0.8(\sqrt{169\alpha} - 2) \geq 0.8(\sqrt{100\alpha} - 1) + 0.2(\sqrt{169\alpha} - 1) \rightarrow \alpha \geq 0.3086$$

$$(b) 0.2(\sqrt{100\alpha} - 2) + 0.8(\sqrt{169\alpha} - 2) \geq 1 \rightarrow \alpha \geq 0.0585$$

$$(c) (1-\alpha)(0.8 \cdot 169 + 0.2 \cdot 100) \geq 102.9 \rightarrow \alpha \leq 0.2925$$

Por tanto, no hay ningún contrato de incentivos en el que la vendedora y el empresario se pondrían de acuerdo. El contrato ofrecido a la vendedora es un salario fijo de 4.

c. Supervisor: probabilidad que el supervisor detecte incumplimiento=1.

Contrato ofrecido a la vendedora si se contrata supervisor: salario=9 si  $e=2$ , salario=4 si  $e=1$ .

Máximo sueldo pagado al supervisor:

$$E(B) = (0.9 \cdot 169 + 0.1 \cdot 100) - 9 - c_s = 153.1 - c_s \geq 133.9 \rightarrow c_s \leq 19.15$$

Si el sueldo del supervisor es menor a 19.15, el empresario contratará al supervisor y el contrato ofrecido a la vendedora es: salario=9 si  $e=2$ , salario=4 si  $e=1$

Si el sueldo exigido por el supervisor es mayor que 19.15, el empresario no contrata a ningún supervisor i el contrato ofrecido a la vendedora es un 17% de las vendas (contrato de incentivos).

d. Supervisor: la probabilidad de detectar incumplimientos es una función creciente del coste de supervisión:  $p(c_s)$ .

Contrato ofrecido a la vendedora si se contrata supervisor: salario= $Wa$  si el supervisor no detecta incumplimiento y salario=4 si el supervisor detecta incumplimiento.

¿Cómo debe ser  $Wa$  para inducir a la vendedora a realizar  $e=2$ ?

$$(1-p)(\sqrt{Wa} - 1) + p(\sqrt{4} - 1) \leq \sqrt{Wa} - 2 \rightarrow Wa \geq \left(2 + \frac{1}{p}\right)^2$$

$$E(B) = 162.1 - \left(2 + \frac{1}{p}\right)^2 - c_s \geq 133.9$$

d.1.

Alternativa 1:  $c_s=1$ ,  $p=0.30$

$$W_a=(2+(1/0.3))^2=28.4$$

$$E(B)=162.1-28.4-1=132.7$$

El empresario no supervisa y paga el salario de incentivos, es decir, un 17% de las ventas.

Alternativa 2:  $c_s=3$ ,  $p=0.75$

$$W_a=(2+(1/0.75))^2=11.1$$

$$E(B)=162.1-11.1-3=148$$

El empresario contrata un supervisor y paga un salario de eficiencia a la vendedora, es decir, un salario de 11.1 siempre y cuando no se detecte incumplimiento (y una penalización consistente en un salario=4 en caso de que se detecte incumplimiento).

Alternativa 3:  $c_s=20$ ,  $p=0.90$

$$W_a=(2+(1/0.9))^2=9.67$$

$$E(B)=162.1-9.67-20=132.4$$

El empresario no supervisa y paga el salario de incentivos, es decir, un 17% de las ventas.

**Ejercicio 4.** En los problemas de la relación principal-agente relacionados con el empeño del delegado en sus funciones, el riesgo moral no es un problema si la estructura de incertidumbre es tal que permite al principal inferir precisamente si el agente no ha actuado como lo deseaba. Sea un trabajador cuya función de utilidad es  $U(w, e) = \sqrt{w} - (e - 1)$ . La utilidad de reserva es 1. El nivel de esfuerzo realizado puede ser bajo (1) o alto (2). Supóngase que la matriz que relaciona las probabilidades de los diferentes resultados fuera la siguiente: un alto nivel de ingresos (30) fuera alcanzado con seguridad si el trabajador pusiera el mayor nivel de esfuerzo ( $e = 2$ ). En cambio si se realizase el nivel bajo de esfuerzo ( $e = 1$ ) podría ocurrir que el nivel de ingresos fuese elevado (30) con probabilidad 1/3 o bajo ( $I=10$ ) con probabilidad 2/3. Escriba las restricciones de incentivo y de participación y demuestre que es posible diseñar un contrato que motive al empleado a trabajar duramente ( $e = 2$ ), sin riesgo para él. ¿Qué remuneración recibirá el trabajador si se obtiene el ingreso de 10? ¿Cuánto ganará cuando los ingresos sean 30? ¿Cuánto son las utilidades esperadas de cada parte? ¿Hay, en este caso, costes porque el esfuerzo no es observable? Es decir, ¿podrían las partes estar mejor si el esfuerzo fuera observable? Si el bajo nivel de esfuerzo resultara con seguridad en unos ingresos de 10, pero el alto nivel de esfuerzo produjera ingresos de 10 (con probabilidad 1/3) o 30 (con probabilidad 2/3), ¿sería posible alcanzar el tipo de resultados anterior? ¿Por qué?

**Resolución**

a)

	I=10 u.m	I=30 u.m
e=1	2/3	1/3
e=2	0	1

Llamamos y al salario si I=10 y z al salario cuando I=30

Al principal le interesa que el esfuerzo realizado sea 2 porque el ingreso esperado es mayor que cuando el e es 1.

Restricción de compatibilidad de incentivos (RCI):

$$\sqrt{z} - 1 \geq \frac{2}{3}(\sqrt{y}) + 1/3\sqrt{z}$$

Restricción de participación (RP):

$$\sqrt{z} - 1 \geq 1$$

De la RP se deriva que  $z \geq 4$ . De la RCI se puede observar que si  $z=4$   $y \leq 1/4$ . Cuando z aumenta, y también aumentaría, incrementando el coste del contrato para el principal. De manera que el principal fijaría  $z=4$  e  $y=0$ . Estos valores cumplen ambas restricciones y suponen el menor coste para el principal.

Con este contrato, el agente tiene incentivos a realizar el esfuerzo requerido e=2, obtendría un salario de 4 y una utilidad de 1. **NO CORRERÍA NINGÚN RIESGO.**

$$\text{Utilidad esperada del agente} = (\sqrt{4}) - 1 = 1$$

$$\text{Beneficio esperado del principal} = 30 - 4 = 26$$

Por tanto, no hay costes asociados a la inobservabilidad del esfuerzo. Si el esfuerzo fuese observable se hubiese llegado al mismo resultado.

b)

	I=10 u.m	I=30 u.m
e=1	1	0
e=2	1/3	2/3

Llamamos  $y$  al salario si  $I=10$  y  $z$  al salario cuando  $I=30$

Al principal le interesa que el esfuerzo realizado sea 2 porque el ingreso esperado es mayor que cuando el  $e$  es 1.

Restricción de compatibilidad de incentivos (RCI):

$$\frac{1}{3}(\sqrt{y} - 1) + 2/3(\sqrt{z} - 1) \geq \sqrt{y}$$

Restricción de participación (RP):

$$\frac{1}{3}(\sqrt{y} - 1) + 2/3(\sqrt{z} - 1) \geq 1$$

Resolviendo se deriva que  $z \geq 25/4$ . De la RCI se puede observar que si  $z=25/4$ ,  $y \geq 1$ . Cuando  $z$  aumenta, y también aumentaría, incrementando el coste del contrato para el principal. De manera que el principal fijaría  $z=25/4$  e  $y=1$ . Estos valores cumplen ambas restricciones y suponen el menor coste para el principal. Este contrato implica que el agente tiene que soportar riesgo.

Para el agente: Salario esperado =  $2/3 * 25/4 + 1/3 * 1 = 4,5$

$$\text{Utilidad esperada} = \frac{2}{3} \left( \sqrt{\frac{25}{4}} - 1 \right) + \frac{1}{3} (\sqrt{1} - 1) = 1$$

Para el principal: Beneficio esperado =  $2/3 * 30 + 1/3 * 10 - 4,5 = 113/6$

Si el esfuerzo hubiese sido observable, hubiera sido posible fijar el salario en  $4\text{um}$  y la utilidad sería 1. El resultado esperado para el principal sería  $20 + 10/3 - 4 = 116/6$  que es mayor que el resultado obtenido previamente. Por tanto la ausencia de información introduce costes para el agente (soporta riesgos que hubiera preferido no tener) y para el principal (se reduce su resultado esperado)

**Ejercicio 5.** El salario  $w$  de un empleado actual es de 50.000 € anuales, y el salario  $\bar{w}$  que el empleado podría ganar si buscara otro trabajo en el mercado después de ser despedido de su empleo actual es de 40.000 € anuales. El empleado ha descubierto que robando y vendiendo parte de los productos que almacena por su cuenta (y diciendo que simplemente se han roto y los ha tirado) podría ganar 1.000 € anuales, siendo  $p=0.05$  la probabilidad de que el empleador descubriese el engaño y por tanto lo despidiese. En el caso de que la relación laboral durase un año, ¿le es rentable al trabajador tener un comportamiento oportunista en lugar de cumplir diligentemente con su trabajo? Si la respuesta es afirmativa, ¿qué podría hacer la empresa?

**Resolución:**



Según el modelo teórico de Shapiro-Stiglitz estudiado en clase, el empleado tendrá incentivo a engañar cuando la ganancia derivada de su comportamiento oportunista “g”, sea mayor que la probabilidad de que sea descubierto, multiplicada por la pérdida resultante del despido:

$$g > p (w - \bar{w})N$$

Dado que la ganancia “g” es de 1.000 € y el coste esperado de engañar es  $0.05(50.000 - 40.000) = 500$  €. Entonces el individuo ganará más vendiendo el género que sustrae.

La empresa podría aumentar la intensidad de la vigilancia, haciendo que la mayor supervisión aumentase a probabilidad “p” de descubrir al oportunista, de modo que aumentaría el coste esperado hasta que incumpliese la desigualdad expuesta previamente.

**Ejercicio 6.** La empresa NHoles, S.A. dedicada a la gestión de hoteles a nivel internacional ha contratado a un nuevo directivo para llevar a cabo su estrategia de expansión en China. El director del departamento de Recursos Humanos ha determinado el sistema de compensación ofrecido al directivo: un salario fijo de 120.000 € anuales y un porcentaje  $\beta$  del ingreso observado por el responsable del departamento de Contabilidad ( $0 < \beta < 1$ ). Es conocido que el ingreso obtenido por NHoles S.A. en su proceso de expansión exterior (I) es una función que depende del esfuerzo  $e$  realizado por el nuevo directivo y un factor aleatorio ( $\mu$ ) relacionado con las restricciones presupuestarias de los países europeos, cuya esperanza es 0 y su varianza finita, de forma que  $I = \alpha e + \mu$ . Asimismo se conoce la función de utilidad del directivo  $U(w, e) = w - 0,5e^2$

- i. Determine el esfuerzo óptimo del directivo que maximiza su utilidad esperada dado el sistema de compensación propuesto por el director de Recursos Humanos. Determinar el salario esperado por el empleado en función de  $\alpha$  y  $\beta$ .
- ii. ¿Cómo varía el esfuerzo óptimo del empleado ante un descenso del 10% del salario fijo? ¿Y ante un incremento del 10% de  $\alpha$ ?
- iii. Razone si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: “La empresa deberá fijar el nivel de  $\beta$  que induzca al empleado a realizar el máximo esfuerzo posible.
- iv. Determine el nivel de  $\beta$  que maximiza el beneficio esperado de la empresa.

### Resolución:

- i.) El directivo tratará de maximizar su utilidad esperada de manera que, a partir de la utilidad del agente ( $U = w - 0,5e^2$ ), desarrollamos el salario  $w = 120.000 + \beta(\alpha.e + \mu)$  que obtendría incorporándolo a su función objetivo y maximizamos:

$$\text{Max. } U = 120.000 + \beta(\alpha.e + \mu) - 0,5.e^2$$

$$\partial U / \partial e = \beta \alpha - e = 0$$

Despejando “e”, se obtiene que el nivel de esfuerzo óptimo elegido por el directivo, dado dicho sistema de compensación variable, será el que iguale el ingreso marginal del esfuerzo al coste marginal del mismo:  $e = \beta \alpha$ .

De modo que el salario esperado será calculando la esperanza del salario con la “e” óptima realizada:  $E[w] = 120.000 + \beta \alpha e$

- ii.) El esfuerzo óptimo no variará ante una variación del salario fijo, porque no depende del mismo.

Para determinar cómo variará el esfuerzo óptimo del empleado ante un incremento del 10% de  $\alpha$  planteamos:

$$\frac{\Delta e/e}{\Delta \alpha/\alpha} = \frac{\Delta e}{\Delta \alpha} * \frac{\alpha}{e}, \text{ o bien planteándolo en términos infinitesimales nos quedaría:}$$

$$\frac{de}{d\alpha} * \frac{\alpha}{e} = \beta * \frac{\alpha}{\beta * \alpha} = 1 \text{ Así pues un incremento del 10\% en } \alpha \text{ supondrá también un incremento del 10\% en el esfuerzo.}$$

- iii.) Es falso, dado que la empresa fijará un valor de  $\beta$  tal que maximiza su beneficio.
- iv.) Partiremos de los Beneficios empresariales, y sustituiremos el valor del esfuerzo óptimo “e” calculado previamente:

$$\begin{aligned} \text{Beneficios} &= \text{Ingresos} - \text{Costes} \\ \text{Beneficios} &= \alpha \cdot e - 120.000 - \beta \alpha e \end{aligned}$$

Sustituyendo e por el esfuerzo óptimo realizado por el agente  $e = \beta \alpha$ , y maximizando el beneficio:

$$\begin{aligned} \text{Beneficios} &= \alpha \cdot \beta \alpha - 120.000 - \beta \alpha \cdot \beta \alpha \\ \partial B / \partial \beta &= \alpha^2 - 2 \beta \alpha^2 = \alpha^2 (1 - 2 \beta) = 0 \\ \beta &= 0,5 \end{aligned}$$

**Ejercicio 7.** La empresa Consulting está elaborando el siguiente esquema de compensación para el directivo candidato a ocupar el puesto de responsable del departamento de marketing: la remuneración consistirá en un salario fijo de 30.000 euros anuales y un porcentaje  $\beta$  del ingreso observado por responsable del departamento de marketing ( $0 < \beta < 1$ ). Es conocido que el ingreso obtenido por Consulting (I) es una función que depende del esfuerzo e realizado por el nuevo directivo y de un factor aleatorio ( $\mu$ ), cuya esperanza es 0 y su varianza finita, de forma que  $I = e \alpha + \mu$ . Asimismo, se conoce la función de utilidad del directivo  $U(w, e) = w - 3e^2$ . Donde w es el salario total que percibe el directivo.

- a) Explique, teóricamente, cuál es el conflicto de intereses que se produce entre el responsable del departamento de marketing y el propietario de la empresa Consulting.
- b) Determine el esfuerzo óptimo del directivo que maximiza su utilidad esperada dado el sistema de compensación propuesto por el director de Recursos Humanos. Determine también el salario esperado óptimo.

- c) ¿Cómo varía el esfuerzo óptimo del empleado ante un incremento del 10% del salario fijo? Interprete económicamente los resultados obtenidos.
- d) ¿Cómo varía el esfuerzo óptimo del empleado ante un incremento del 10% de alfa? Interprete económicamente los resultados obtenidos.
- e) Determine el nivel de beta que maximiza el beneficio esperado de la empresa.
- f) Si la utilidad de reserva fuese igual a 35.000 € ¿tiene alguna implicación? En caso afirmativo, explique cómo lo resolvería usted y por qué.

**Resolución:**

a) El conflicto o divergencia de intereses surge cuando se plantea un conflicto de intereses en la relación entre agente y principal. El principal desea alcanzar un objetivo (maximizar el beneficio esperado). Sin embargo, el cumplimiento de este objetivo requiere de la acción de un agente, el cual no necesariamente tiene los mismos incentivos para alcanzar dicho objetivo (querrá maximizar su utilidad esperada, esto es, minimizar el esfuerzo, etc.).

b) La utilidad que maximizará el directivo es:  $U = w_{\text{fijo}} + \beta I = 30.000 + \beta \cdot (e \cdot \alpha + \mu) - 3e^2$

Max. la utilidad:  $\partial U / \partial e = \beta \cdot \alpha - 6e = 0$

Y despejando "e",  $e = \beta \cdot \alpha / 6$

c) Aumentos del salario fijo no representan incrementos del esfuerzo.

d) Si  $\alpha$  aumenta un 10% entonces e aumenta un 10%:  $\partial e / \partial \alpha = 0,1 \beta / 6$ .

e) Max.  $E[U] = w - 3e^2 = 30.000 + \beta(\alpha \cdot e + \mu) - 3e^2$

$\partial U / \partial e = \beta \alpha - 6e = 0$

Despejando "e" se obtiene:  $e = (\beta \alpha) / 6$ .

Ahora, maximizamos el beneficio esperado: Max.  $E[I-w] = \beta \cdot \alpha \cdot \alpha / 6 - 30.000 - \beta(\beta \cdot \alpha \cdot \alpha / 6)$

$\partial B / \partial \beta = \alpha^2 / 6 - 2\beta \cdot \alpha^2 / 6 = \alpha^2 / 6 (1 - 2\beta) = 0$

$\beta = 0,5$

f) Una solución sería fijar el salario fijo de  $\alpha$  hasta la nueva utilidad de reserva, ya que es aquella cantidad mínima que el trabajador aceptará para trabajar (es la valoración de su coste de oportunidad), es decir, aumentarla desde 30.000 hasta 35.000 €

**Ejercicio 8.** El gerente de una empresa y su agente comercial tienen unas preferencias que vienen determinadas por los siguientes equivalentes ciertos:

$EC_p = -\alpha + (1 - \beta)\bar{Y}$ ; donde  $\bar{Y}$  es el output esperado de la relación.

$EC_A = \alpha + \beta \bar{Y} - \frac{1/10.000}{2} \beta^2 \sigma_Y^2 - \frac{e_A^2}{2}$ ; donde  $e_A$  es el esfuerzo que realiza el agente comercial.

El output que se obtiene de la relación queda expresado de la siguiente forma:

$Y = F(x, e_A) = 2x + 20e_A$ , donde  $x$  es una variable aleatoria que puede tomar los valores 1.200, 900 o 0 con igual probabilidad.

Teniendo en cuenta que el gerente no puede observar el  $e_A$  aportado por el agente comercial y que éste último dispone de una oferta de trabajo alternativo que le garantiza un valor residual de 200:

- Resolver el problema del agente para obtener la expresión del esfuerzo en función de la participación  $\beta$ .
- Calcular el contrato  $R_A$  (valores de  $\alpha$  y  $\beta$ ) que debería ofrecer el gerente al agente comercial.
- Indique razonadamente si la siguiente afirmación es verdadera o falsa:  
“Si el gerente de la empresa tuviera un grado de aversión mayor que cero, la participación sobre el output que le ofrecería al agente sería mayor que la obtenida anteriormente”

### Resolución:

Antes de responder a las preguntas unas pequeñas cuestiones estadísticas.

$$Y = 2x + 20 e_A$$

$$\underline{X} \quad \underline{\text{Prob}} \quad E(x) = \bar{x} = 1200 \times \frac{1}{3} + 900 \times \frac{1}{3} + 0 \times \frac{1}{3} = 700$$

$$1.200 \quad 1/3 \quad \text{Var}(x) = \sigma_x^2 = (1.200 - 700)^2 \times \frac{1}{3} + (900 - 700)^2 \times \frac{1}{3} + (0 - 700)^2 \times \frac{1}{3} = 260.000$$

$$900 \quad 1/3 \quad \text{Var}(Y) = \sigma_Y^2 = 2^2 \times \sigma_x^2 = 4 \times 260.000 = 1.040.000$$

$$0 \quad 1/3$$

#### a) Problema del agente

$$\text{Max}_{e_A} EC_A = \alpha + \beta [2\bar{x} + 20e_A] - \frac{1}{20.000} \beta^2 \sigma_Y^2 - \frac{e_A^2}{2} \Rightarrow$$

$$\text{Max}_{e_A} EC_A = \alpha + \beta [1400 + 20e_A] - 52\beta^2 - \frac{e_A^2}{2}$$

$$\text{C.P.O.} \quad \frac{dEC_A}{de_A} = 0 \Rightarrow 20\beta - e_A = 0 \Rightarrow e_A = 20\beta$$

b) Solución del problema de agencia

$$\text{Max}_{\alpha, \beta} EC_p = -\alpha + (1 - \beta)\bar{Y}$$

s.a. condición de participación

$$EC_A = \alpha + \beta\bar{Y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_Y^2 - C(e_A) \geq V_{residual} \quad (1)$$

s.a. condición de incentivos (problema del agente)

$$\text{Max}_{e_A} EC_A = \alpha + \beta\bar{Y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_Y^2 - C(e_A) \quad (2)$$

De la condición (2) de incentivos, resuelta en el apartado a), nos quedaba el esfuerzo  $e_A$  del agente en función de  $\beta$ :

$$e_A = 20\beta \quad (2)$$

De la condición (1) de participación, resuelta con igualdad, junto con la condición (2), podemos despejar  $\alpha$  en función de  $\beta$ :

$$\begin{aligned} \alpha + \beta[1400 + 400\beta] - 52\beta^2 - \frac{e_A^2}{2} &= 200 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \alpha + \beta[1400 + 400\beta] - 52\beta^2 - \frac{400\beta^2}{2} = 200 \\ \Rightarrow \alpha &= 200 - 148\beta^2 - 1400\beta \quad (1) \end{aligned}$$

Introduciendo (1) y (2) en la función objetivo del principal nos queda:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\beta} EC_p &= -\alpha + (1 - \beta)\bar{Y} = 1400\beta + 148\beta^2 - 200 + (1 - \beta)[1400 + 400\beta] = \\ &= 1200 + 400\beta - 252\beta^2 \end{aligned}$$

$$\frac{dEC_p}{d\beta} = 0 \Rightarrow 400 - 504\beta = 0 \Rightarrow \beta = 0,794$$

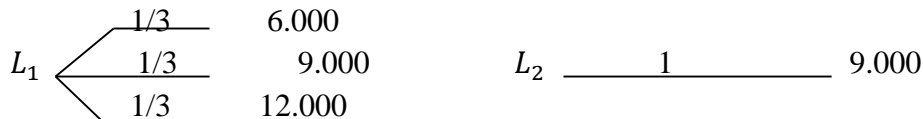
$$\alpha = -1.004,9$$

Así pues la retribución del agente,  $R_A$ , será:

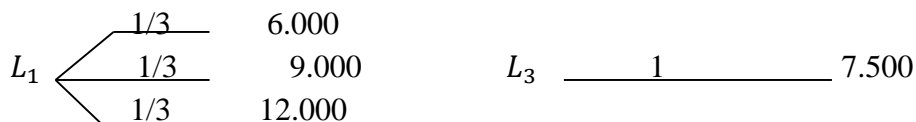
$R_A = -1004,9 + 0,794 Y$
---------------------------

c) Verdadera. Si el principal fuera averso al riesgo el riesgo le produciría desutilidad, de modo que tendría un coste por asumir riesgo. Por ello, en el óptimo, el principal asumiría menos riesgo y el agente más ( $\beta$  aumentaría).

**Ejercicio 9.** De la relación contractual entre el gerente de una empresa y uno de sus agentes comerciales, al que no puede supervisar, se obtiene un output que viene dado por la siguiente expresión:  $Y = F(x, e_A) = x + 300 \times e_A$ ; donde  $e_A$  es el esfuerzo que realiza el agente comercial y  $x$  es una variable aleatoria que puede tomar los valores 6.000, 9.000 o 12.000 con igual probabilidad. El gerente de la empresa es indiferente entre las loterías 1 y 2 a continuación:



El agente comercial es indiferente entre las loterías 1 y 3 expresadas a continuación:



y tiene una oferta alternativa de trabajo que le garantiza un valor residual de 2.000. El coste por el esfuerzo para este agente comercial viene dado por la función  $C(e_A) = e_A^2$

- Calcule los grados de aversión al riesgo del gerente y del agente comercial
- Calcule el contrato  $R = \alpha + \beta \times Y$  que debería ofrecer el gerente al agente comercial para resolver de forma óptima el problema de agencia.

### Resolución:

#### a) Gerente (principal)

$$BME_{L_1} = 6.000 \times \frac{1}{3} + 9.000 \times \frac{1}{3} + 12.000 \times \frac{1}{3} = 9.000$$

Así pues el  $EC_{L_1} = BME_{L_1} = 9.000$  y, por tanto, el gerente es neutro al riesgo ( $\gamma_p = 0$ ).

#### Agente

$$EC_{L_1} = 7.500 < BME_{L_1} \Rightarrow \text{El agente es averso al riesgo}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{Beneficio}^2 &= (6.000 - 9.000)^2 \times \frac{1}{3} + (9.000 - 9.000)^2 \times \frac{1}{3} + (12.000 - \\
 &9.000)^2 \times \frac{1}{3} = 6.000.000
 \end{aligned}$$

$$EC_{L_1} = BME_{L_1} - \frac{\gamma_A}{2} \sigma_{Beneficio}^2 = 9.000 - \frac{\gamma_A}{2} \times 6.000.000 = 7.500 \Rightarrow \gamma_A = 0,0005$$



$$b) \text{Max}_{\alpha, \beta} EC_p = -\alpha + (1 - \beta)\bar{Y}$$

s.a. condición de participación

$$EC_A = \alpha + \beta\bar{Y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_Y^2 - C(e_A) \geq V_{residual} \quad (1)$$

s.a. condición de incentivos (problema del agente)

$$\text{Max}_{e_A} EC_A = \alpha + \beta\bar{Y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_Y^2 - C(e_A) \quad (2)$$

Resolviendo primero el problema del agente (condición (2) de incentivos) obtendremos la expresión del esfuerzo en función del grado de participación en el output  $\beta$ . Veamos:

$$\text{Max}_{e_A} EC_A = \alpha + \beta(9.000 + 300 \times e_A) - \frac{0,0005}{2}\beta^2 6.000.000 - e_A^2$$

$$\frac{dEC_A}{de_A} = 0 \Rightarrow 300 \times \beta - 2 \times e_A = 0 \Rightarrow e_A = 150 \times \beta \quad (2)$$

De la condición (1) de participación, resuelta con igualdad, junto con la condición (2), podemos despejar  $\alpha$  en función de  $\beta$ :

$$\alpha + \beta(9.000 + 300 \times 150 \times \beta) - \frac{0,0005}{2}\beta^2 6.000.000 - 150^2 \times \beta^2 = 2.000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = 2.000 - 9.000 \times \beta - 21.000 \times \beta^2 \quad (1)$$

Introduciendo (1) y (2) en la función objetivo del principal nos queda:

$$\text{Max}_{\beta} EC_p = -\alpha + (1 - \beta)\bar{Y} = -2.000 + 9.000 \times \beta + 21.000 \times \beta^2 + (1 - \beta)[9.000 + 45.000\beta] = 7.000 + 45.000 \times \beta - 24.000 \times \beta^2$$

$$\frac{dEC_p}{d\beta} = 0 \Rightarrow 45.000 - 48.000\beta = 0 \Rightarrow \beta = 0,9375$$

$$\alpha = -24.894,531$$

Retribución =  $-24.894,531 + 0,9375 \times Y$

**Ejercicio 10.** El Señor López, cuya función de utilidad viene dada por  $U = R^{1/2}$ , ha decidido abrir otra tienda en Barcelona que dejará a cargo de un dependiente (el Sr Martínez) al que no puede supervisar. Los ingresos por ventas que obtenga con este nuevo establecimiento dependen de la aceptación que tenga la tienda por parte de los consumidores y del esfuerzo de venta, no observable, que realice el Sr. Martínez.

$B = f(X, e)$	$X_1$ (gran aceptación)	$X_2$ (aceptación media)	$X_3$ (poca aceptación)
$e_A$ (esfuerzo alto)	120.000	120.000	90.000
$e_B$ (esfuerzo bajo)	120.000	90.000	90.000

donde:  $P(X_1) = 0,5$ ;  $P(X_2) = 0,25$ ;  $P(X_3) = 0,25$

Considere que el Señor Martínez tiene una función de utilidad  $U = R^{1/2} - C(e)$ . Donde  $C(e)$ , el coste por el esfuerzo adopta los valores  $C(e_A) = 60$  y  $C(e_B) = 40$ . El Señor Martínez dispone de una oferta alternativa de empleo que le garantiza una utilidad de 10.

- Si el Señor López decidiera pagar una cantidad fija al Sr. Martínez ¿Qué salario  $R_1$  le pagaría? ¿Es conveniente este contrato desde el punto de vista del esfuerzo?
- Calcular el contrato que resuelve de forma óptima el problema de agencia y que plantearía el señor Lopez, utilice para ello el siguiente tipo de contrato en función del output  $R(Y) = \begin{cases} R_3 & \text{si } Y = 120.000 \\ R_4 & \text{si } Y = 90.000 \end{cases}$
- Calcular el contrato que resolvería de forma óptima el problema de agencia si el Sr. Martínez fuera NEUTRO al riesgo, de tal forma que tuviera una utilidad residual de 10.000 y una función de utilidad del tipo del tipo  $U = R - C(e)$ .
- Si el Sr López pudiese escoger entre contratar a un dependiente neutro o a un dependiente averso, ambos con la misma capacidad para esforzarse y con similares ofertas alternativas de empleo ¿A cuál de los dos escogería?

**Resolución:**

- a) Problema del agente (Sr. Martínez) → *Decidir e que maximiza su utilidad*

$$\left. \begin{aligned} U_A(e_A) &= \sqrt{R_1} - 60 \\ U_A(e_B) &= \sqrt{R_1} - 40 \end{aligned} \right\} \text{ Decide hacer esfuerzo bajo } e_B$$

Problema del principal → *Decidir R sabiendo que el agente hace esfuerzo bajo.*



$$U_A(e_B) = \sqrt{R_1} - 40 = 10 \Rightarrow R_1 = 2.500 \text{ €}$$

Este contrato no es conveniente desde un punto de vista de inducción a esfuerzo.

- b) Veamos cuál es el mejor contrato que puede diseñar el Sr López para inducir al Sr. Martínez a hacer cada uno de los posible niveles de esfuerzo (esfuerzo alto o bajo), así como la utilidad que le reportará cada uno de ellos. Aquél que le reporte mayor utilidad será el elegido.

Para inducir a hacer esfuerzo alto ( $e_A$ )

$$R(Y) = \begin{cases} R_3 & \text{si } Y = 120.000 \\ R_4 & \text{si } Y = 90.000 \end{cases}$$

$$\text{Max}_{R_3, R_4} U_p = 0,75 \times \sqrt{120.000 - R_3} + 0,25 \times \sqrt{90.000 - R_4}$$

$$\text{s.a. } U_A = 0,75 \times \sqrt{R_3} + 0,25 \times \sqrt{R_4} - 60 \geq 10 \text{ (condic. participación)}$$

$$\text{s.a. } \underbrace{0,75 \times \sqrt{R_3} + 0,25 \times \sqrt{R_4} - 60}_{U_A(e_A)} \geq \underbrace{0,5 \times \sqrt{R_3} + 0,5 \times \sqrt{R_4} - 40}_{U_A(e_B) \text{ (condic. incentivos)}} \leftarrow$$

Para inducir a hacer esfuerzo bajo ( $e_B$ )

$$R(Y) = \begin{cases} R_3 & \text{si } Y = 120.000 \\ R_4 & \text{si } Y = 90.000 \end{cases}$$

$$\text{Max}_{R_3, R_4} U_p = 0,5 \times \sqrt{120.000 - R_3} + 0,5 \times \sqrt{90.000 - R_4}$$

$$\text{s.a. } U_A = 0,5 \times \sqrt{R_3} + 0,5 \times \sqrt{R_4} - 40 \geq 10 \text{ (condic. participación)}$$

$$\text{s.a. } \underbrace{0,5 \times \sqrt{R_3} + 0,5 \times \sqrt{R_4} - 40}_{U_A(e_B)} \geq \underbrace{0,75 \times \sqrt{R_3} + 0,25 \times \sqrt{R_4} - 60}_{U_A(e_A) \text{ (condic. incentivos)}} \leftarrow$$

Calculados los dos posibles contratos (para inducir a esfuerzo alto o a esfuerzo bajo) el principal comparará la utilidad que le reporta cada uno y elegirá el de mayor utilidad.

- c) Sr. Martínez fuera NEUTRO al riesgo  $\rightarrow U = R - C(e)$ .

Dado que el Sr. Martínez es neutro al riesgo ello implica que no le supone ninguna desutilidad asumir riesgos. Como además, el mejor contrato desde el punto de vista de inducir al esfuerzo eficiente, es el contrato de alquiler con  $\beta = 1$ , éste será también el mejor contrato que le puede proponer el Sr López para resolver el problema de agencia. Es decir:  
 $R = \alpha + Y$

Veamos cuál deberá ser el valor de  $\alpha$ .

Problema del agente  $\rightarrow$  Decidir el esfuerzo  $e$  a realizar

$$U_A(e_A) = 0,75 \times 120.000 + 0,25 \times 90.000 + \alpha - 60 = 112.440 + \alpha$$

$$U_A(e_B) = 0,5 \times 120.000 + 0,5 \times 90.000 + \alpha - 40 = 104.960 + \alpha$$

Dado que  $U_A(e_A) > U_A(e_B)$ , el agente decidirá realizar esfuerzo alto.

Problema del principal  $\rightarrow$  Decidir  $\alpha$  sabiendo que el agente hace  $e_A$  y que se debe cumplir la condición de participación.

$$U_A(e_A) = 112.440 + \alpha = 10.000 \Rightarrow \alpha = -102.440$$

Así pues el contrato que ofrecerá el principal al agente será  $R = -102.440 + Y$

- d) Elegiría al neutro, ya que de esta forma podría ofrecerle un contrato de alquiler que resolvería de forma óptima el problema de agencia. Conseguiría que el agente haga el esfuerzo óptimo sin tener un coste por tener que compensarle por asumir un riesgo.

**Ejercicio 11.** En las transparencias se comparan las ventajas de la evaluación relativa del desempeño respecto de una evaluación basada únicamente en el propio desempeño del empleado. Así, suponga que la medida del desempeño del gerente A es  $e_A + x_A + x_C$  y la del B es  $e_B + x_B + x_C$  donde  $x_A, x_B, x_C$  son fuentes de aleatoriedad independientes. Suponga que se propone basar la compensación de A en su propia actuación menos  $\delta$  veces una medida de la actuación de B. Encuentre el valor de  $\delta$  que minimiza la varianza de la medición del desempeño ¿Cómo cambia este valor con los cambios en  $\text{Var}(x_A)$ ? ¿Y en  $\text{Var}(x_B)$ ? ¿Y en  $\text{Var}(x_C)$ ?

**Resolución:**

La medida del desempeño es:

$$\Pi = e_A + x_A + x_C - \delta(e_B + x_B + x_C)$$

La varianza:

$$\text{Var}(\Pi) = \text{Var}(x_A - \delta x_B + (1 - \delta)x_C) = \text{Var}(x_A) + \delta^2 \text{Var}(x_B) + (1 - \delta)^2 \text{Var}(x_C)$$

La varianza será mínima en el punto donde la derivada es igual a cero:

$$\frac{d}{d\delta} (\text{Var}(x_A) + \delta^2 \text{Var}(x_B) + (1 - \delta)^2 \text{Var}(x_C))$$

$$= 2\delta \text{Var}(x_B) + 2(1-\delta)\text{Var}(x_C) = 0$$

$$\delta = \frac{\text{Var}(x_C)}{\text{Var}(x_B) + \text{Var}(x_C)}$$

$\delta$  no depende de la varianza de  $x_A$ , aumenta con la varianza de  $x_C$  y disminuye con la varianza de  $x_B$

**Ejercicio 12 (Evaluación continua).** La empresa Consultia está elaborando el siguiente esquema de compensación para el directivo candidato a liderar su proceso de expansión en el exterior: la remuneración consistirá en un salario fijo de 100.000€ anuales y un porcentaje  $\beta$  del ingreso observado por el responsable del departamento de contabilidad ( $0 < \beta < 1$ ). Es conocido que el ingreso obtenido por Consultia en su proceso de expansión exterior ( $I$ ) es una función que depende del esfuerzo ( $e$ ) realizado por el nuevo directivo y un factor aleatorio ( $\mu$ ), cuya esperanza es 0 y su varianza finita, de forma que  $I = \alpha^2 e + \mu$ . Asimismo, se conoce la función de utilidad del directivo  $U(w, e) = w - e^2$ .

- Determine el esfuerzo óptimo del directivo que maximiza su utilidad esperada dado el sistema de compensación propuesto por el director de Recursos Humanos. Determine también el salario esperado óptimo.
- ¿Cómo varía el esfuerzo óptimo del empleado ante un incremento del 10% del salario fijo? ¿Y ante un incremento del 10% de  $\alpha$ ? Interprete económicamente los resultados.
- Determine el nivel de  $\beta$  que maximiza el beneficio esperado de la empresa

**Resolución:**

- El directivo tratará de maximizar su utilidad esperada:

$$\text{Max. } E[U] = E[w - e^2] = 100.000 + \beta \cdot I = 100.000 + \beta (\alpha^2 \cdot e) - e^2$$

$$\partial U / \partial e = \beta \cdot \alpha^2 - 2 \cdot e = 0$$

El nivel de esfuerzo óptimo elegido por el directivo, dado dicho sistema de compensación variable, será el que iguale el ingreso marginal del esfuerzo al coste marginal del mismo:  $e = \beta \cdot (\alpha^2) / 2$ .

$$\text{De modo que el salario esperado será: } E[w] = 100.000 + \beta \cdot \beta \cdot \alpha^2 \cdot \alpha^2 / 2$$

- El esfuerzo no depende del salario fijo.

Ante incrementos del 10% de  $\alpha$ :  $\partial e / \partial \alpha = 0,1 (\alpha \cdot \beta)$ . La derivada es función lineal positiva de  $\alpha$ . Incrementos de  $\alpha$  implican un mayor impacto del esfuerzo sobre el ingreso observado,

mayor cuanto mayor sea el nivel de  $\alpha$ , y favorece la elección de un mayor esfuerzo vía un incremento del ingreso marginal del esfuerzo.

c) El beneficio esperado será:  $E[\text{Beneficios}] = E[I-w] = \alpha^2 (\beta \cdot \alpha^2)/2 - 100.000 - (\beta \cdot \alpha^2 \cdot \beta \cdot \alpha^2)/2$

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \alpha^2 \cdot e = \alpha^2 (\beta \cdot \alpha^2)/2 \\ w = 100.000 + \beta \cdot I = 100.000 + \beta (\alpha^2 \cdot e) = 100.000 + (\beta \cdot \alpha^2 \cdot \beta \cdot \alpha^2)/2 \end{array} \right.$$

Maximizando la función de beneficios:

$$\partial B / \partial \beta = \alpha^4/2 - (2 \cdot \alpha^4 \cdot \beta)/2 = 0$$

Despejando  $\beta = 0,5$

**Ejercicio 13** (Examen febrero) El gerente de una empresa y su agente comercial tienen unas preferencias que vienen determinadas por los siguientes equivalentes ciertos:

$$EC_{\text{Agente}} = \alpha + \beta \bar{Y} - \frac{1/50}{2} \beta^2 \sigma_Y^2 - e^2 ;$$

$$EC_{\text{principal}} = -\alpha + (1 - \beta) \bar{Y}$$

donde  $e$  es el esfuerzo que realiza el agente comercial,  $\bar{Y}$  es el output esperado de la relación,  $\alpha$  es la parte fija del salario y  $\beta$  la proporción del output que recibe el agente como retribución.

El output que se obtiene de la relación queda expresado de la siguiente forma:

$Y = F(x, e) = 2x + 10e$ , donde  $x$  es una variable aleatoria que puede tomar los valores 120, 90 o 0 con igual probabilidad.

Teniendo en cuenta que el gerente no puede observar el  $e$  aportado por el agente comercial y que éste último dispone de una oferta de trabajo alternativo que le garantiza un valor residual de 100:

- Resolver el problema del agente para obtener la expresión del esfuerzo en función de la participación  $\beta$ .
- Calcular el contrato  $R_A$  (valores de  $\alpha$  y  $\beta$ ) que debería ofrecer el gerente al agente comercial.
- Responda razonadamente a la siguiente pregunta (sin necesidad de realizar cálculos): Si el agente tuviera un grado de aversión al riesgo  $\gamma_A = 0,01$  ¿Cómo esperaría que variase la participación sobre el output,  $\beta$ , que le ofrecería el principal al agente?

Antes de responder a las preguntas unas pequeñas cuestiones estadísticas.

$$Y = 2x + 10e$$



$$\underline{X} \quad \underline{\text{Prob}} \quad E(x) = \bar{x} = 120 \times \frac{1}{3} + 90 \times \frac{1}{3} + 0 \times \frac{1}{3} = 70$$

$$1.20 \quad \frac{1}{3} \quad \text{Var}(x) = \sigma_x^2 = (1.20 - 70)^2 \times \frac{1}{3} + (90 - 70)^2 \times \frac{1}{3} + (0 - 70)^2 \times \frac{1}{3} = 2.600$$

$$90 \quad \frac{1}{3} \quad \text{Var}(Y) = \sigma_Y^2 = 2^2 \times \sigma_x^2 = 4 \times 2.600 = 10.400$$

$$0 \quad \frac{1}{3}$$

a) Problema del agente

$$\text{Max}_e EC_A = \alpha + \beta [2\bar{x} + 10e] - \frac{1}{100} \beta^2 \sigma_Y^2 - e^2 \Rightarrow$$

$$\text{Max}_e EC_A = \alpha + \beta [140 + 10e] - 104\beta^2 - e^2$$

$$\text{C.N.O.} \quad \frac{dEC_A}{de_A} = 0 \Rightarrow 10\beta - 2e = 0 \Rightarrow e = 5\beta$$

b) Solución del problema de agencia

$$\text{Max}_{\alpha, \beta} EC_p = -\alpha + (1 - \beta)\bar{Y}$$

s.a. condición de participación

$$EC_A = \alpha + \beta\bar{Y} - \frac{\gamma_A}{2} \beta^2 \sigma_Y^2 - C(e_A) \geq V_{residual} \quad (1)$$

s.a. condición de incentivos (problema del agente)

$$\text{Max}_{e_A} EC_A = \alpha + \beta\bar{Y} - \frac{\gamma_A}{2} \beta^2 \sigma_Y^2 - C(e_A) \quad (2)$$

De la condición (2) de incentivos, resuelta en el apartado a), nos quedaba el esfuerzo  $e$  del agente en función de  $\beta$ :

$$e = 5\beta \quad (2)$$

De la condición (1) de participación, resuelta con igualdad, junto con la condición (2), podemos despejar  $\alpha$  en función de  $\beta$ :

$$\alpha + \beta[140 + 10e] - 104\beta^2 - e^2 = 100 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \alpha + \beta[1400 + 50\beta] - 104\beta^2 - 25 \times \beta^2 = 100 \Rightarrow \alpha = 100 + 79\beta^2 - 140\beta \quad (1)$$

Introduciendo (1) y (2) en la función objetivo del principal nos queda:

$$\text{Max}_{\beta} EC_p = -\alpha + (1 - \beta)\bar{Y} = 140\beta - 79\beta^2 - 100 + (1 - \beta)[140 + 50\beta] = 40 + 50\beta - 129\beta^2$$

$$\frac{dEC_p}{d\beta} = 0 \Rightarrow 50 - 258\beta = 0 \Rightarrow \beta = 0,194$$

$$\alpha = 75,835$$

Así pues la retribución del agente,  $R_A$ , será:

$$R_A = 75,835 + 0,194 Y$$

- c) Ello significa que aumentaría la tolerancia al riesgo del agente, ya que su grado de aversión disminuye de 0,02 a 0,01. Ello permitiría aumentar la participación en resultados ( $\uparrow\beta$ ) para acercarnos al esfuerzo eficiente, sin generar mayor desutilidad en el agente por trasladarle un mayor riesgo. Por tanto es de esperar, tal y como indica el principio de intensidad de los incentivos, que  $\beta$  aumente y sea superior a 0,194.

#### Ejercicio 14

El Sr. Gutierrez ha decidido abrir una nueva tienda de perfumes en la ciudad de Segovia. Dicha tienda quedará a cargo del Sr. Blanco. Los ingresos por ventas que obtenga con este nuevo establecimiento dependerán de la aceptación que tenga la tienda por parte de los consumidores y del esfuerzo de venta que realice el Sr. Blanco. Así si el Sr. Blanco realiza un esfuerzo alto, con probabilidad 0,6 la aceptación será alta y los ingresos por ventas alcanzarían 100 um, con probabilidad 0,4 los ingresos serían 36. La relación entre esfuerzo, aceptación e ingresos se recoge en la tabla siguiente:

	Ingresos (Baja aceptación)=36	Ingresos (Gran aceptación)=100
Ingresos = f(e,X)		
$e_A$ (esfuerzo alto)	0,4	0,6
$e_B$ (esfuerzo bajo)	0,7	0,3

Considere que el Sr. Blanco tiene una función de utilidad  $U = w^{1/2} - C(e)$ , donde  $C(e)$  es el coste por el esfuerzo que adopta el valor de  $C(e_A) = 3$  y  $C(e_B) = 1$ . El Sr. Blanco dispone de una oferta de empleo alternativa que le garantiza una utilidad de 2.

- Si el esfuerzo realizado por el Sr. Blanco fuera observable ¿qué contrato retributivo le ofrecería el Sr. Gutiérrez?
- Como el esfuerzo no es observable, el señor Gutiérrez propone pagarle al Sr. Blanco un salario fijo de 10 um más un 60% de los ingresos por ventas ¿Estaría interesado el señor Blanco en aceptar el trabajo? ¿Resuelve este contrato el potencial problema de riesgo moral? (Argumente su respuesta numéricamente si lo considera necesario?)
- Supongamos ahora que el Sr. Gutierrez se propone instalar un servicio de vigilancia para controlar al Sr. Blanco, que le permita detectar el incumplimiento por parte del Sr. Blanco con una probabilidad "p". El coste del sistema de vigilancia es  $c_s$ . Determine el salario de eficiencia, que podría ofrecer el Sr. Gutierrez al Sr Blanco, en función de la probabilidad de detectar el incumplimiento. Si la probabilidad de detectar el incumplimiento es 0,8 y el coste de supervisión es 4,5 ¿Qué decisión tomará el Sr. Gutiérrez respecto al salario del Sr. Blanco? ¿Instalará el sistema de vigilancia?

a) **Esfuerzo observable.**

Dado que el esfuerzo es observable y verificable, el principal puede elegir el nivel de esfuerzo que le interesa y exigírselo al agente. De este modo el planteamiento será:

$$\text{Max}_{e,w} BME_{\text{principal}}$$

$$\text{s.a. } E(U)_{\text{agente}} \geq U_{\text{reserva}} \quad (1)$$

Veamos qué nivel de esfuerzo es el que maximiza el BME del principal:

Si  $e = e_B$  (esfuerzo bajo)

Por la condic. (1) de participación:  $\sqrt{w} - 1 = 2 \Rightarrow w = 9$

$$BME_{\text{principal}} = E(\text{Ingresos} - w) = E(\text{Ingresos}) - E(w) = 0,7 \cdot 36 + 0,3 \cdot 100 - 9 = 25,2 + 30 - 9 = 46,2 \text{€}$$

Si  $e = e_A$  (esfuerzo alto)

Por la condic. (1) de participación:  $\sqrt{w} - 3 = 2 \Rightarrow w = 25$

$$BME_{\text{principal}} = E(\text{Ingresos} - w) = E(\text{Ingresos}) - E(w) = 0,4 \cdot 36 + 0,6 \cdot 100 - 25 = 49,4 \text{€}$$

Así pues el Sr Gutierrez ofrecería al Sr. Blanco un salario fijo de 25 € y le exigiría la realización de un esfuerzo alto. En caso de incumplimiento el Sr. Blanco no cobraría nada.

b) **Esfuerzo no observable: Salario de incentivos**

Si salario fijo = 10 y  $\beta = 0,6$

1) Restricción de participación:  $0,4 \cdot v(10+36 \cdot 0,6) + 0,6 \cdot v(10+100 \cdot 0,6) - 3 \geq 1,6 + 5,01 - 3 > 2$

El Sr. Blanco aceptaría el trabajo

2) Restricción de incentivos:

$0,4 \cdot v(10+36 \cdot 0,6) + 0,6 \cdot v(10+100 \cdot 0,6) - 3 \geq 0,7 \cdot v(10+36 \cdot 0,6) + 0,3 \cdot v(10+100 \cdot 0,6) - 1$

$3,61 > 2,8 + 2,51 - 1$  NO SE CUMPLE. No resuelve el problema

De la primera restricción  $\beta \geq 0,35$

De la segunda  $\beta \geq 0,694$

El  $BME_{\text{principal}} = (1 - 0,694) \cdot (0,4 \cdot 36 + 0,6 \cdot 100) = 22,7$

No está interesado en incentivar

- c) Esfuerzo no observable  $\Rightarrow$  Contratar a un supervisor que vigile al Sr Blanco y detecte posibles incumplimientos por su parte.

¿Salario de eficiencia,  $w_a$ ?

El salario de eficiencia es el salario mínimo que debería pagarse al agente para que éste tenga interés en cumplir. Por tanto, la condición que debe verificar el salario de eficiencia es:

$E(U)_{\text{agente cumpliendo}} \geq E(U)_{\text{agente incumpliendo}}$

$$\sqrt{w_a} - 3 \geq p \times 2 + (1 - p) \times (\sqrt{w_a} - 1) \Rightarrow w_a \geq \left(3 + \frac{2}{p}\right)^2$$

$BME_{\text{principal}} = E(\text{ingresos} - w_a - c_s) = 0,4 \cdot 36 + 0,6 \cdot 100 - w_a - c_s = 68 - \left(3 + \frac{2}{p}\right)^2 - c_s$

Si  $p=0,8$  el salario de eficiencia=30,25. Si el coste es 4,5 el BME=39,65. Invertirá en supervisión y pagará 30,35 al empleado.

**Ejercicio 15. (examen agosto)** La AGM decide externalizar el servicio de jardinería y contrata a un jardinero para que realice el mantenimiento de los jardines. El resultado del mantenimiento depende tanto del esfuerzo del jardinero como del tiempo que haga.

La tabla muestra las combinaciones de esfuerzo y resultado para la AGM sin contar costes laborales junto con las respectivas probabilidades.

Resultado para la AGM

	25 u.m	49 u.m
Esfuerzo del jardinero		
e=1	5/6	1/6
e=2	1/6	5/6

25 u.m. y 49 u.m. es el valor monetario que se da al jardín según su estado. La variable "e" nos define el nivel de esfuerzo que únicamente puede tomar valores 1 y 2, mínimo y máximo esfuerzo

respectivamente. El jardinero tiene una función de utilidad del tipo :  $U = w^{1/2} - e$ . Donde  $w$  expresa la remuneración del jardinero. Su utilidad de reserva es 1.

Se pide:

- ¿Cuál sería el salario mínimo (fijo) que haría al jardinero aceptar el trabajo?
- Si se quisiera que el jardinero realizase el esfuerzo máximo ¿Cuál sería el salario fijo que habría que ofrecerle? ¿Se conseguiría con seguridad que realizase el máximo esfuerzo con esta remuneración? Argumente numéricamente su respuesta
- Si para incentivarlo le ofrecen un porcentaje sobre el resultado monetario, ¿qué porcentaje hay que ofrecerle para que haga el máximo esfuerzo?
- ¿Qué preferiría la AGM ofrecer un salario de incentivos o un salario fijo?

- ¿Cuál sería el salario mínimo (fijo) que haría al jardinero aceptar el trabajo?

El salario mínimo para que acepte el trabajo tiene que compensar al jardinero por la utilidad de reserva y el coste del esfuerzo mínimo

:

$$\sqrt{w} - e \geq 1 \rightarrow \sqrt{w} - 1 \geq 1 \rightarrow \sqrt{w} \geq 2 \rightarrow w \geq 4$$

Un salario de 4 u.m. garantiza que el jardinero acepta el trabajo.

- Si se quisiera que el jardinero realizase el esfuerzo máximo ¿Cuál sería el salario fijo que habría que ofrecerle? ¿Se conseguiría con seguridad que realizase el máximo esfuerzo con esta remuneración? Argumente numéricamente su respuesta

El salario mínimo para que aceptase el trabajo y realizase un esfuerzo elevado tendría que compensar al jardinero por la utilidad de reserva y el cost del esfuerzo máximo:

$$\sqrt{w} - e \geq 1 \rightarrow \sqrt{w} - 2 \geq 1 \rightarrow \sqrt{w} \geq 3 \rightarrow w \geq 9$$

Pero si se ofrece un salario fijo de 9 u.m. no se puede estar seguros que el trabajador realice el máximo esfuerzo (problema de riesgo moral).

Si le pagan 9 y realiza un esfuerzo 1;  $u=2$

Si le pagan 9 y realiza un esfuerzo de 2;  $u=1$  Tiene incentivos a esforzarse menos

- Si para incentivarlo le ofrecen un porcentaje sobre el resultado monetario, ¿qué porcentaje hay que ofrecerle para que haga el máximo esfuerzo?

Si la remuneración es una proporción  $\alpha$  del resultado monetario, el salario  $M$  que recibirá el jardinero será:

$-25\alpha$  si el resultado monetario es bajo

-  $49\alpha$  si el resultado monetario es alto

Condición 1:

$$(1/6)(\sqrt{\alpha B1} - 2) + (5/6)(\sqrt{\alpha B2} - 2) \geq (5/6)(\sqrt{\alpha B1} - 1) + (1/6)(\sqrt{\alpha B2} - 1)$$

$$(1/6)(\sqrt{25\alpha} - 2) + (5/6)(\sqrt{49\alpha} - 2) \geq (5/6)(\sqrt{25\alpha} - 1) + (1/6)(\sqrt{49\alpha} - 1)$$

$$\text{reordenando: } (40/6)\sqrt{\alpha} - 2 \geq (32/6)\sqrt{\alpha} - 1 \rightarrow (8/6)\sqrt{\alpha} \geq 1 \rightarrow \sqrt{\alpha} \geq 3/4 = 75 \rightarrow \alpha \geq 0.5625$$

Condición 2:

$$(1/6)(\sqrt{\alpha B1} - 2) + (5/6)(\sqrt{\alpha B2} - 2) \geq 1$$

$$(1/6)(\sqrt{25\alpha} - 2) + (5/6)(\sqrt{49\alpha} - 2) \geq 1$$

$$\text{reordenando: } (40/6)\sqrt{\alpha} - 2 \geq 1 \rightarrow (40/6)\sqrt{\alpha} \geq 3 \rightarrow \sqrt{\alpha} \geq (9/20) \rightarrow \alpha \geq 0.2025$$

Por tanto, se debería ofrecer un porcentaje de al menos un 56.25%.

d) ¿Estaría la AGM dispuesta a ofrecer dicho esquema salarial?

Pero para que la AGM esté dispuesta a ofrecer esta remuneración su resultado debe ser mayor que cuando paga un salario fijo:

Si paga 4 sabe que  $e=1$  su resultado esperado sería:

$$E(R_{do}) = (5/6) * (25) + (1/6) * (49) - 4 = 25$$

Pero si la AGM tiene que pagar  $\alpha = 0.5625$  para garantizar que el esfuerzo sea elevado, eso supone que:

-  $25\alpha = 14'06$  cuando el resultado monetario sea bajo

-  $49\alpha = 27'56$  cuando el resultado monetario sea alto

Es decir que el resultado esperado para la AGM sería:

$$E(R_{do}) = (1/6)(25 - 14'06) + (5/6)(49 - 27'56) = 19'69$$

Por tanto la AGM no estaría dispuesta a incentivar al jardinero